



ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

Робоча програма дисципліни(Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Перший (бакалаврський)</i>
Галузь знань	<i>12 Інформаційні технології</i>
Спеціальність	<i>123 Комп'ютерна інженерія</i>
Освітня програма	<i>Системне програмування та спеціалізовані комп'ютерні</i>
Статус дисципліни	<i>Нормативна</i>
Форма навчання	<i>очна(денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, осінній семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>5 кредити ECTS (36 годин – Лекції, 18 годин – Практичні, 96 годин – СРС)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>МКР +РГР, екзамен</i>
Розклад занять	<i>rozklad.kpi.ua</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лекції та практичні заняття проводить: ст. викладач кафедри СПіСКС Радченко К.О., radchenko.kostiantyn@ill.kpi.ua</i>
Розміщення курсу	<i>Google Classroom</i>

Програма навчальної дисципліни

Опис дисципліни. При проходженні дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» студенти познайомляться з математичними методами аналізу, зокрема, ймовірнісними та статистичними методами, методами обробки випадкових процесів. На практичних заняттях опанують завдання на аксіоматику теорії ймовірностей, закони та моменти випадкової величини, системи випадкових величин, вирівнювання статистичних рядів, узгодження та параметризацію розподілів. В курсі передбачений контроль якості отриманих знань у вигляді експрес-контрольних та модульних контрольних робіт. На лекціях проводитимуться короткі опитування (5 хвилин).

Вивчення кредитного модуля «Теорія ймовірностей і математична статистика» (ТЙМС) дозволяє сформувати у студентів компетенції, необхідні для розв'язання практичних задач майбутньої професійної діяльності, пов'язаної з аналізом потреб розробки та експлуатацією сучасних інформаційно-обчислювальних систем.

Мета навчальної дисципліни. Метою навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» є підготовка висококваліфікованих фахівців, які володіють загальними методами і засобами ймовірнісних і статистичних розрахунків в інженерних дослідженнях та розробках інтегрованих інформаційних систем та технологій шляхом формування у студентів наступних компетентностей.

Компетентності, формуванню яких сприяє дана дисципліна:

- | | |
|-------|--|
| ЗК 1 | Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. |
| ЗК 3 | Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. |
| ФК 6 | Здатність проєктувати, впроваджувати та обслуговувати комп'ютерні систем та мережі різного виду та призначення. |
| ФК 12 | Здатність ідентифікувати, класифікувати та описувати роботу програмно-технічних засобів, комп'ютерних та кіберфізичних систем, мереж та їхніх компонент шляхом використання аналітичних методів і методів моделювання. |
| ФК 16 | Здатність до алгоритмічного та логічного мислення. |

Формування зазначених компетентностей забезпечує досягнення наступних програмних результатів навчання:

- | | |
|--------|--|
| ПРН 1 | Знати і розуміти наукові положення, що лежать в основі функціонування комп'ютерних засобів, систем та мереж. |
| ПРН 2 | Мати навички проведення експериментів, збирання даних та моделювання в комп'ютерних системах. |
| ПРН 4 | Знати та розуміти вплив технічних рішень в суспільному, економічному, соціальному і екологічному контексті. |
| ПРН 7 | Вміти розв'язувати задачі аналізу та синтезу засобів, характерних для спеціальності. |
| ПРН 9 | Вміти застосовувати знання технічних характеристик, конструктивних особливостей, призначення і правил експлуатації програмно-технічних засобів комп'ютерних систем та мереж для вирішення технічних задач спеціальності. |
| ПРН 10 | Вміти розробляти програмне забезпечення для вбудованих і розподілених застосувань, мобільних і гібридних систем, розраховувати, експлуатувати типове для спеціальності обладнання. |
| ПРН 13 | Вміти ідентифікувати, класифікувати та описувати роботу комп'ютерних систем та їх компонентів. |

Предмет навчальної дисципліни:

- основні поняття теорії ймовірностей, теорії випадкових процесів та розрахункових моделей математичної статистики;

- основні розрахункові формули, типові закони розподілу випадкових величин (ВВ);
- правила обробки статистичної інформації (масивів даних).
- методи та засоби організації обчислень у високопродуктивних комп'ютерних системах
- використання основних формул складання і множення подій та ймовірностей, формул повної ймовірності та Бейєса у запропонованих завданнях;
- розрахунок моментів розподілу дискретної та безперервної ВВ у запропонованих завданнях;
- побудова відповідних графіків щільності або функції розподілу ВВ у запропонованих завданнях;
- побудова статистичного графіку (гістограми частот або статистичної функції розподілу) у запропонованих завданнях.

Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно- логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: вміти користуватися комп'ютером на рівні користувача, базові знання в області математичного аналізу, комбінаторики, теорії множин, графів тощо.

Постреквізити:

- розпізнавання в реальній задачі її ймовірнісних або статистичних рис;
- підбір адекватної моделі розрахунку, використовуючи розрахункові формули, графіки, діаграми;
- постановка експерименту та раціональна обробки його результатів;
- складання рекомендацій щодо бажаного результату.

Зміст навчальної дисципліни

Лекційні заняття

Розділ 1. Основи теорії ймовірностей

Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.

Тема 2. Аксиоматика теорії ймовірностей та основні теореми

Тема 3. Правило множення ймовірностей. Формула повної ймовірності і формула Бейєса.
Повторення дослідів

Тема 4. Закони та моменти розподілу випадкової величини

Тема 5. Нормальний закон розподілу випадкової величини

Тема 6. Системи випадкових величини.

Тема 7. Числові характеристики функцій випадкових величин

Тема 8. Модульна контрольна робота №1.

Розділ 2. Елементи теорії випадкових процесів

Тема 2.1. Основні поняття теорії випадкових процесів

Тема 2.2. Потіки подій, їх властивості й класифікація

Тема 2.3. Марковські процеси із дискретними станами та безперервним часом.

Тема 2.4. Системи масового обслуговування.

Розділ 3. Елементи математичної статистики

Тема 3.1. Предмет і загальні задачі математичної статистики.

Тема 3.2. Вирівнювання і узгодження статистичних розподілів

Тема 3.3. Основні положення кореляційно-регресійного аналізу.

Тема 3.4. Критерії узгодження

Тема 3.5. Задача параметризації розподілів.

Тема 3.6. Модульна контрольна робота №2.

Практичні заняття

- 1. Задачі на основні поняття теорії ймовірностей. Задачі на аксіоматику теорії ймовірностей.*
- 2. Задачі на закони та моменти розподілу випадкових величин.*
- 3. Задачі на закони розподілу випадкових величин.*
- 4. Задачі на системи випадкових величин.*
- 5. Задачі на числові характеристики функцій випадкових величин.*
- 6. Задачі на закони розподілу функцій випадкових величин.*
- 7. Задачі на потоки подій, їх властивості й класифікацію. Задачі на системи масового обслуговування*
- 8. Задачі на вирівнювання статистичних рядів та узгодження розподілів.*
- 9. Задачі кореляційно-регресійного аналізу.*

Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Барковський В.В., Барковська Н.В., Лопатін О.К. Теорія ймовірностей та математична статистика. 5-те видання. / Київ: Центр учбової літератури, 2010. – 424 с.
2. Хом'юк І. В., Хом'юк В. В., Краєвський В. О. Теорія ймовірностей та математична статистика. Навчальний посібник. / Вінниця: ВНТУ, 2009. – 189 с.
3. В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний, Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика/ Ч.1. Теорія ймовірностей. - К.: КНЕУ, 2000.-304 с.
4. В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний, Савіна С.С. Теорія ймовірностей і математична статистика/ Ч.2. Математична статистика. - К.: КНЕУ, 2001.-336 с.
5. Булаєнко М.В. Методичні вказівки до практичних занять з курсу Теорія ймовірностей і математична статистика. ПРАКТИКУМ. Харків: ХНАМГ, 2009. – 56 с.
6. Воронкова Т.Б., Воронков О.О. Методичні вказівки до виконання контрольної роботи з курсу Теорія ймовірностей і математична статистика. ПРАКТИКУМ. Харків: ХНАМГ, 2007.- 32 с.
7. Воронкова Т.Б., Охріменко В.М. Методичні вказівки для виконання контрольної роботи з курсу Теорія ймовірностей і математична статистика. ПРАКТИКУМ .Х.: ХНАМГ, 2007. – 31 с.
8. Самойленко М.І., Кузнецов А.І., Костенко О.Б. Теорія ймовірностей: Підручник. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 194 с.
9. Ачкасов А.Є., Плакіда В.Т., Воронков О.О., Воронкова Т.Б. Теорія ймовірностей і математична статистика. Харків, ХНАМГ, 2008. - 247 с.
10. Валєєва К.Г., Джалладова І.А. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. К.: КНЕУ, 2006. — 354 с.
11. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Теорія ймовірностей та математична статистика. Збірник задач: Навчальний посібник. — К.: Знання, 2001. — 199 с.
12. Кармелюк Г.І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач : Навч. посібник. — К.: Центр учбової літератури, 2007 — 576 с.
13. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика. К.: Центр навчальної літератури, 2004. - 448стр. - Підручник. - 1-е вид.
14. Томусяк А.А., Трохименко В.С. Теорія ймовірностей. Частина перша. Вінниця, 2001. - 212 с.
15. Теорія ймовірностей і математична статистика. Збірник задач [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Системне програмування та спеціалізовані комп'ютерні системи» спец. 123 Комп'ютерна інженерія / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: К. О. Радченко. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2024. – 119 с. – Доступ: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/65222>

Допоміжна література

1. Дороговцев А.Я. Збірник задач з теорії ймовірностей. Під загальною редакцією Скорохода А. В., "Вища школа", 1976 р. ,384 с.
2. Черняк О.І., Обушна О.М., Ставицький А.В. Збірник задач з теорії ймовірностей та математичної статистики. – Теоретично-практичний збірник, м. Київ, вид. "Знання", 2000, 119 с.
3. Schwarz W. 40 Puzzles and Problems in Probability and Mathematical Statistics. Springer, 2007. - 124 p.

1. http://www.math-pr.com/stst_1v_1.php
2. Єдине інформаційне середовище НТУУ «КПІ ім. Ігоря Сікорського» - «КАМПУС».

Навчальний контент

Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Розділ 1. Основи теорії ймовірностей Тема 1.1. Основні поняття теорії ймовірностей. Лекція 1. Основні поняття теорії ймовірностей. Предмет і організація курсу. Зміст розділів. Мета і завдання курсу. Випадкова подія, її ймовірність. Безпосередній підрахунок ймовірностей. Частота або статистична ймовірність події. Класичне, геометричне та статистичне означення ймовірності. Літ. [1], с. 15-36.
2	Тема 1.2. Основні теореми теорії ймовірностей. Лекція 2. Основні теореми теорії ймовірностей. Алгебра множин. Простір подій і σ-алгебра. Ймовірнісна міра та її властивості. Правило складання ймовірностей. Правило множення ймовірностей. Умовна ймовірність події. Композиція незалежних випробувань. Літ. [1], с. 37-44.
3	Тема 1.3. Формула повної ймовірності і формула Бейєса. Повторення дослідів. Лекція 3. Формула повної ймовірності і формула Бейєса. Повторення дослідів. Частинна теорема про повторення дослідів. Загальна теорема про повторення дослідів. Літ.[1], с. 45-66.
4	Тема 1.4. Визначення числових характеристик випадкових величин (ВВ). Лекція 4. Поняття числових характеристик випадкових величин. Роль і призначення числових характеристик ВВ.

	Поняття ВВ та її закону розподілу. Ряд розподілу дискретної ВВ. Функція розподілу дискретної ВВ. Безперервна ВВ та її щільність розподілу. Змішана ВВ. Математичне сподівання, мода, медіана. Початкові та центральні моменти. Дисперсія, середнє-квадратичне відхилення, асиметрія, ексцес. Приклади законів розподілу випадкових величин. Літ. [1], с.67-92.
5	Тема 1.5. Нормальний закон розподілу випадкової величини. Лекція 5. Нормальний закон розподілу випадкової величини. Нормальний (Гаусів) закон та його параметри. Моменти нормального закону. Ймовірність потрапляння ВВ у заданий інтервал. Нормальна функція розподілу. Ймовірнісне (середнє) відхилення. Композиція нормальних законів. Загальний запис багатовимірної нормального розподілу. Функція Лапласа. Літ. [1], с.115-127; [3],с.55-61.
6	Тема 1.6. Приклади законів розподілу випадкових величин. Системи випадкових величин. Лекція 6. Приклади законів розподілу випадкових величин. Експоненціальний розподіл. Рівномірний розподіл. Перша й друга моделі розподілу Пуассона. Ймовірність подій, що рідко трапляються. Біноміальний розподіл. Показниковий розподіл. Закон великих чисел. Нерівність Чебишева. Функція розподілу системи двох випадкових величин. Двовимірні дискретні та безперервні випадкові величини. Обчислення одновимірної щільності ймовірності по двовимірній. Умовні щільності ймовірності. Математичне сподівання скалярної функції випадкової величини. Елементи кореляційного аналізу. Літ. [1], с.103-105, с. 285-296; [3], с. 101-108, 149-153; [1]; с.154-187; [2], с.124-131.
7	Тема 1.7. Числові характеристики функцій випадкових величин. Лекція 7. Числові характеристики функцій випадкових величин. Математичне сподівання функції ВВ. Дисперсія функції ВВ. Математичне сподівання системи ВВ. Дисперсія системи ВВ. Теорема додавання математичних сподівань: лінійної функції декількох ВВ, добутку двох ВВ, кореляційний момент ВВ X та Y. Теорема множення математичних сподівань. Літ.[1], с. 210-230; [2], с.152-156.
8	Модульна контрольна робота №1
9	Розділ 2. Елементи теорії випадкових процесів. Тема 2.1. Основні поняття теорії випадкових процесів. Лекція 8. Основні поняття теорії випадкових процесів.

	<i>Випадкові величини. Закони розподілу. Числові характеристики випадкових величин. Основні означення. Властивості функції розподілу. Теорема А.М.Колмогорова. Функції від випадкових величин. Дискретні та безперервні випадкові величини та їх властивості.</i> <i>Літ.[1],с. 517-520; [3]; с.4-46.</i>
10	<i>Тема 2.2. Потіки подій, їх властивості й класифікація.</i> <i>Лекція 9. Потіки подій, їх властивості й класифікація.</i> <i>Потіки подій. Ординарний, без наслідку, стаціонарний, найпростіший.</i> <i>Потік. Інтенсивність потоку. Поняття марковського процесу. Графи станів та їх розмітка. Диференційні рівняння, їх розв'язання для двох обмежень часу.</i> <i>Літ. [1], с.520-540; [2], с. 317-324; [3], с.47-97, 128-138.</i>
11	<i>Тема 2.3. Марковські процеси із дискретними станами та безперервним часом.</i> <i>Лекція 10. Марковські процеси із дискретними станами та безперервним часом.</i> <i>Типи марковських процесів. Ланцюги Маркова. Матриці перехідних ймовірностей. Однорідні марковські випадкові процеси з дискретними станами і неперервним часом. Перетворення Лапласа для розв'язання рівнянь. Найпростіші ергодичні системи. Диференційні рівняння, їх розв'язання для двох обмежень часу. Приклади для задач надійності та масового обслуговування.</i> <i>Літ. [1], с. 531-540, [2], с. 320-327; [3], с. 128-165; [2], с. 327-328; [3], с.177-199.</i>
12	<i>Тема 2.4. Системи масового обслуговування.</i> <i>Лекція 11. Системи масового обслуговування.</i> <i>Визначення системи масового обслуговування (СМО). Класифікація та параметри СМО. Формули Літтла. Формули фінальної ймовірності станів. Найпростіша СМО з відмовами. Найпростіша одноканальна СМО з обмеженою чергою. Найпростіша одноканальна СМО з необмеженою чергою. Найпростіша одноканальна СМО з обмеженням по довжині черги (Ерланга). Найпростіша багатоканальна СМО з необмеженою чергою. Найпростіша багатоканальна СМО з обмеженням по довжині черги.</i> <i>Літ. [2], с.363-370; [6], с.164-199.</i>
13	<i>Розділ 3. Елементи математичної статистики.</i> <i>Тема 3.1. Предмет і загальні задачі математичної статистики.</i> <i>Лекція 12. Предмет і загальні задачі математичної статистики.</i> <i>Початкові статистичні формулювання. Первинна статистична сукупність. Її упорядкування. Статистична та емпірична функції розподілу. Групований статистичний ряд. Гістограма частот.</i>

	<i>Літ. [4]; с. 187-196.</i>
14	<i>Тема 3.2. Вирівнювання та узгодження статистичних розподілів.</i> <i>Лекція 13. Вирівнювання та узгодження статистичних розподілів.</i> <i>Вирівнювання статистичних розподілів. Статистичні гіпотези та їх різновиди. Похибки перевірки гіпотез (ризик виробника та споживача). Критерії узгодження для перевірки гіпотез. Статистичний критерій перевірки основної гіпотези. Критерій узгодження хі-квадрат та його розподіл. Знаходження теоретичних частот нормального розподілу. Інші критерії узгодження (Колмогорова А.М. та інші)</i> <i>Літ. [1], с. 430-450; [7], с.165-200,с. 244-247.</i>
15	<i>Тема 3.3. Варіаційні ряди та їх графічне зображення.</i> <i>Лекція 14. Варіаційні ряди та їх графічне зображення.</i> <i>Організація даних вибіркової сукупності. Побудова варіаційного ряду. Побудова розподілів частот. Побудова розподілів частостей та накопичених частот і частостей. Графічне представлення розподілів вибіркової сукупності у вигляді гістограми. Графічне представлення розподілів. Побудова емпіричної функції розподілу. Знаходження числових характеристик вибірових даних. Середні величини. Показники варіації.</i> <i>Літ. [7], с. 335-380.</i>
16	<i>Тема 3.4. Основні положення кореляційно-регресійного аналізу.</i> <i>Лекція 15. Основні положення кореляційно-регресійного аналізу.</i> <i>Основні положення кореляційного аналізу. Коефіцієнт коваріації, коефіцієнт кореляції двох випадкових величин. Властивості коефіцієнтів кореляції (коваріації) для дискретного та безперервного випадків. Система довільного числа випадкових величин. Лінійна, нелінійна та рангова кореляція. Лінійаризація функцій. Лінійна регресія. Прямі лінії середньоквадратичної регресії. Парна регресійна модель. Множинний регресійний аналіз.</i> <i>Літ. [1]; с. 175-187; [5], с.190-205.</i>
17	<i>Тема 3.5. Оцінка параметрів встановленого розподілу.</i> <i>Лекція 16. Оцінка параметрів встановленого розподілу. (Задача параметризації розподілів).</i> <i>Точкова та інтервальна оцінка параметрів закону розподілу. Методи максимальної правдоподібності та найменших квадратів. Оцінка числових характеристик випадкових величин по обмеженому числу дослідів.</i> <i>Літ. [1], с. 451-462; [5], с.157-158, с.169-175; [7], с.218-230.</i>
18	<i>Модульна контрольна робота №2</i>

Практичні заняття

№	Назва практичного заняття	Кількість ауд. годин
1	Практичне заняття 1. Основні поняття теорії ймовірностей. Безпосередній підрахунок ймовірностей. Частота або статистична ймовірність події. Алгебра подій. Правило складання ймовірностей. Літ. [2], завд. 1.1-1.4, 1.33/34; 2.1-2.4, 2.5, 2.11, 2.12, 2.14/15/16. Аксіоматика теорії ймовірностей. Правила складання та множення ймовірностей. Формула повної ймовірності і формула Бейєса. Літ. [2], с. 19-48, завдання 2.19, 2.25, 2.34/35, 2.40; 3.7, 3.8, 3.18, 3.20/21, 3.25, 3.36, 3.40.	2
2	Практичне заняття 2. Закони та моменти розподілу випадкових величин. Ряд розподілу дискретної ВВ. Функція розподілу дискретної ВВ. Безперервна ВВ та її щільність розподілу. Повторення дослідів. Літ. [2], завдання 4.5, 4.22/23, 5.8, 5.14, 5.16, 5.20, 5.23/24, півеліс 5.51. Початкові та центральні моменти. Математичне сподівання, мода, медіана. Дисперсія, середнє-квадратичне відхилення, асиметрія, ексцес. Літ. [2], завд. 5.3, 5.27/28, 5.30, 5.38, 5.50.	2
3	Практичне заняття 3. Приклади законів розподілу випадкових величин Перша й друга моделі розподілу Пуассона. Ймовірність рідко трапляючихся подій. Біноміальний розподіл. Показниковий та експоненціальний розподіли. Пуассона - Літ. [2], 5.18, 5.21/22, 5.26, 5.35, 5.36, 5.37, 5.38; Біноміальний - Літ. [2], 4.11/12*, 4.13, 4.14, 4.31; Показниковий - Літ. [2], 5.23, 5.27, 5.28, 5.30, 5.4. Експоненціальний – Літ. [2], завдання 5.24, 5.25; Рівновимірний (та змішаний) - Літ. [2], завдання 5.50.	2
4	Практичне заняття 4. Приклади законів розподілу випадкових величин Нормальний закон розподілу випадкових величин Ряд розподілу. Функція розподілу. Щільність розподілу. Характеристики випадкової величини.	2

	<i>Лім. [2], завдання 5.49, 5.53*,5.54,5.56,5.57,5.58,</i> <i>Закон Лапласа - Лім. [2], завдання 5.45, 5.4;</i> <i>Нормальний розподіл - Лім. [2], завдання 5.59-5.61.</i> <i>Функція розподілу системи двох випадкових величин. Обчислення одномірної щільності ймовірності по двовимірній. Умовні щільності ймовірності. Незалежні та залежні двовимірні та n-вимірні дискретні та безперервні випадкові величини. Початкові та центральні моменти k+s системи (X,Y). Функція та щільність розподілу n випадкових величин.</i> <i>Лім.[2], с.105-106, завдання 5.33,5.34; с.131-151, завдання 6.11-6.29.</i>	
5	<i>Практичне заняття 5. Числові характеристики функцій випадкових величин</i> <i>Математичне сподівання. Дисперсія. Теорема складання математичних сподівань. Теорема множення математичних сподівань. Математичне сподівання добутку двох випадкових величин. Теорема складання дисперсій.</i> <i>Лім.[2], с. 152-206, завдання 7.1-7.25, 7.30, 7.31, 7.32, 7.40,7.42-7.45, 7.47,7.55,7.58,7.64,7.67,7.70,7.71.</i>	2
6	<i>Практичне заняття 6. Закони розподілу функцій випадкових величин.</i> <i>Граничні теореми теорії ймовірностей</i> <i>Рівномірний, показниковий, Пуассона, Симпсона, Ерланга, Коші, Релєя, Паскаля, нормальний закон на площині, в об'ємі, логнормальний. Метод лінеаризації. Властивості багатовимірної функції розподілу. Композиція нормальних законів. Граничні теореми теорії ймовірностей. Випадкові функції.</i> <i>Лім.[1],с. 272; [2], с.208-210, завдання 8.19,8.27, 8.31,8.40-8.42,8.47,8.61,8.65,8.70,8.73; с.261-316, завдання 9.1-9.60.</i>	2
7	<i>Розділ 2. Основні поняття теорії випадкових процесів.</i> <i>Практичне заняття 7. Потoki подій, їх властивості й класифікація.</i> <i>Числові характеристики, закони розподілу, функції випадкових величин. Потoki подій. Різновиди потоків: стаціонарний, ординарний, без післядії (пуассонівський), найпростіший. Деякі властивості потоків Пальма. Потoki Ерланга. Граничні теореми теорії потоків.</i> <i>Лім.[3],с.20-24,приклади 1-9, с.36-45, приклади 1-10.</i> <i>Лім.[2], с.328-362, завдання 10.1,10.7,10.9,10.12-10.15,10.23.</i>	2
8	<i>Практичне заняття 8. Марковські процеси із дискретними станами. Графи станів та їх розв'язання</i>	2

	<i>Випадкові процеси з дискретним часом і дискретними станами. Поняття марковського процесу. Ланцюги Маркова. Граф станів та його розмітка. Диференційні рівняння, їх розв'язання для двох обмежень часу. Приклади для задач надійності та масового обслуговування.</i> <i>Літ. [2], с. 353-359, завдання 10.24-10.32; [3], с.133-138, приклади 1,2.</i> <i>Марковські процеси з дискретними станами і неперервним часом. Рівняння Колмогорова А.М.</i> <i>Літ. [2], с. 352-359, завдання 10.30-10.35; [3], с.145-153, приклади 1,2.</i> <i>Схема випадкового процесу загибелі й розмноження з безперервним часом, його розмічений граф станів, умови існування стаціонарного режиму, граничні ймовірності станів. Приклади для задач надійності та масового обслуговування.</i> <i>Літ. [2],с. 354-362, завдання 10.33-10.38;[3], с.180-199, приклади 1-6.</i> <i>Класифікація систем масового обслуговування (СМО). Характеристики (параметри) СМО. Найпростіші одноканальні та багатоканальні СМО.</i> <i>Літ.[2], завдання 10.33-10.37; [6], с.180-199, приклади 1-6.</i>	
9	<i>Практичне заняття 9. Задача узгодження статистичних розподілів. Критерій Хі-квадрат Пірсона та інші.</i> <i>Групований статистичний ряд. Гістограма частот. Вирівнювання статистичних розподілів. Приклад.</i> <i>Літ.[5], с.151-157, завдання №№ 439-449; [7], с. 200-202, №№ 1-6</i> <i>Статистичні гіпотези та їх різновиди. Похибки перевірки гіпотез (ризик виробника та споживача). Критерій узгодження хі-квадрат та його розподіл. Знаходження теоретичних частот нормального розподілу, Пуассона та рівномірного. Приклад. Інші критерії узгодження. Точкова та інтервальна оцінка параметрів закону розподілу. Методи максимальної правдоподібності та найменших квадратів</i> <i>Літ. [7], с.230-232, завдання №№ 1- 6; с.248-249, завдання №№1-4.</i> <i>Основні положення кореляційного аналізу. Коефіцієнт коваріації, коефіцієнт кореляції двох випадкових величин для дискретного та безперервного випадків. Лінійна, нелінійна та рангова кореляція. Парна регресійна модель. Множинний регресійний аналіз.</i> <i>Літ.[2],с.134-140, завдання 6.7,6.8,6.12; [5], с.191-192, №№535,537, с.201,№540.</i>	2

Самостійна робота студента

№ з/п	Назва теми, що вноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
1	Алгебра подій. Композиція незалежних випробувань. Завдання на СРС: Основні поняття. Аксиоми теорії ймовірностей та їхні наслідки.	6
2	Приклади на формулу повної ймовірності і формулу Бейєса. Завдання на СРС: Повторення дослідів. Частинна теорема про повторення дослідів. Загальна теорема про повторення дослідів.	6
3	Поняття випадкових величин та їх законів розподілу. Завдання на СРС: Нормальний (Гаусов) закон та його параметри. Функція Лапласа.	6
4	Роль і призначення числових характеристик випадкових величин. Завдання на СРС: Математичне сподівання, мода, медіана. Початкові та центральні моменти. Дисперсія, середнє-квадратичне відхилення, асиметрія, ексцес	6
5	Приклади законів розподілу випадкових величин. Ймовірність рідкісних подій. Біноміальний розподіл. Показниковий розподіл. Завдання на СРС: Перша й друга моделі розподілу Пуассона. Ймовірність подій, що рідко трапляються.	6
6	Закон великих чисел. Нерівність Чебишева. Багатомірний нормальний закон Завдання на СРС: Приклади законів розподілу випадкових величин. Граничні теореми теорії ймовірностей.	6
7	Закони розподілення функцій випадкових величин. Завдання на СРС: Розподіли: Пуассона, Симпсона, Ерланга, Коші, Релея, Паскаля, нормальний закон на площині, в об'ємі, логнормальний.	6
8	Елементи кореляційного аналізу Завдання на СРС: Теорема додавання математичних сподівань: лінійної функції декількох ВВ, добутку двох ВВ, кореляційний момент ВВ X та Y. Теорема множення математичних сподівань.	6
9	Марковські процеси із дискретними станами. Завдання на СРС: Марковські процеси загибелі й розмноження з безперервним часом. Схеми загибелі та розмноження. Деякі властивості потоків Пальма; потоки Ерланга. Розмічений граф станів. Процеси чистого розмноження та чистої загибелі. Умови існування стаціонарного режиму.	6
10	Рівняння Колмогорова А.М. Завдання на СРС: Дослідження критеріїв узгодження Колмогорова.	6

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання	Кількість годин СРС
11	Системи масового обслуговування Завдання на СРС: Багатоканальна СМО з відмовами при найпростішому потоці заявок та довільним часом обслуговування. Одноканальна СМО при довільному (пальмієвському) потоці заявок та довільному часу обслуговування. Найпростіша багатофазова СМО з чергою.	6
12	Задача узгодження статистичних розподілів. Критерій Хі-квадрат Пірсона та інші Завдання на СРС: Критерій узгодження хі-квадрат та його розподіл.	6
13	Варіаційні ряди та їх графічне зображення. Завдання на СРС: Знаходження теоретичних частот нормального розподілу.	6
14	Метод Монте-Карло. Завдання на СРС: дослідити метод Монте-Карло	6
15	Підготовка до екзамену по всьому матеріалу дисципліни. Завдання на СРС: підготовка білетів на екзамен.	12
	Всього	96

Політика та контроль

Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Система вимог, які ставляться перед студентом:

- відвідування лекційних та практичних занять є обов'язковою складовою вивчення матеріалу;
- на лекції викладач користується власним презентаційним матеріалом; використовує гугл-диск для викладання матеріалу поточної лекції, додаткових ресурсів; викладач відкриває доступ до певної директорії гугл-диска для скидання електронних лабораторних звітів та відповідей на МКР;
- на лекції заборонено відволікати викладача від викладання матеріалу, усі питання, уточнення та ін. студенти задають в кінці лекції у відведений для цього час;
- практичні роботи захищаються у два етапи – перший етап: студенти виконують домашні завдання; другий етап – захист практичної роботи (при дистанційному навчанні практичні надсилаються в класрум викладача). Бали за практичне заняття враховуються лише за наявності електронного звіту;

- модульні контрольні роботи пишуться на практичних заняттях без застосування допоміжних засобів (мобільні телефони, планшети та ін.); результат пересилається у файлі до відповідної директорії гугл-диску (та/або електронну пошту викладача);
- заохочувальні бали виставляються за: активну участь на лекціях; участь у факультетських та інститутських олімпіадах з навчальних дисциплін, участь у конкурсах робіт; презентацій по одній із тем СРС дисципліни тощо. Кількість заохочуваних балів не більше 10.

Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

1. вихід до дошки для розв'язання задач мінімум на 2 практичних роботах;
2. виконання 2 модульних контрольних робіт (МКР);
3. виконання розрахунково-графічної роботи з мат. статистики;
4. заохочувальні бали.

Система рейтингових балів та критерії оцінювання

Розрахунково-графічна робота:

«відмінно» – повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 9-10 балів;

«добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або повна відповідь з незначними недоліками – 6-8 балів;

«задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 1-5 бали;

«незадовільно» – відповідь не відповідає вимогам до «задовільно» – 0 балів.

Практичні роботи:

«відмінно», повна відповідь на питання під час захисту (не менш ніж 90% потрібної інформації) та оформлений належним чином електронний конспект до практичної роботи – 5/4 балів;

«добре», достатньо повна відповідь на питання під час захисту (не менш ніж 75% потрібної інформації) та оформлений належним чином електронний конспект до практичної роботи – 4/3 бали;

«задовільно», неповна відповідь на питання під час захисту (не менш ніж 60% потрібної інформації), незначні помилки та оформлений належним чином електронний конспект до практичної роботи – 3/2 бал;

«незадовільно», незадовільна відповідь та/або не оформлений належним чином електронний конспект до практичної роботи – 2/0 балів.

За кожне заняття запізнення з поданням конспекту практичної роботи до захисту від встановленого терміну оцінка знижується на 1 бал.

Модульні контрольні роботи:

«відмінно», повна відповідь (не менш ніж 90% потрібної інформації) – 12-15 балів;

«добре», достатньо повна відповідь (не менш ніж 75% потрібної інформації), або повна відповідь з незначними помилками – 9-11 балів;

«задовільно», неповна відповідь (але не менш ніж 60% потрібної інформації) та незначні помилки – 5-8 балів;

«незадовільно», незадовільна відповідь (неправильний розв'язок задачі), потребує обов'язкового повторного написання в кінці семестру – 0-4 балів.

Заохочувальні бали

– за виконання творчих робіт з кредитного модуля (наприклад, участь у факультетських та інститутських олімпіадах з навчальних дисциплін, участь у конкурсах робіт, підготовка оглядів наукових праць тощо); за активну роботу на лекції (питання, доповнення, зауваження за темою лекції, коли лектор пропонує студентам задати свої питання) 1-2 бали, але в сумі не більше 10;

– презентації по СРС – від 1 до 5 балів.

Міжсесійна атестація

За результатами навчальної роботи за перші 7 тижнів максимально можлива кількість балів – 30 балів (4 практичні, МКР-1, без заохочувальних балів). На першій атестації (8-й тиждень) студент отримує «атестовано», якщо його поточний рейтинг не менший ніж 15 балів.

За результатами 13 тижнів навчання максимально можлива кількість балів – 55 балів (7 практичних, МКР-2, без заохочувальних балів). На другій атестації (14-й тиждень) студент отримує «атестовано», якщо його поточний рейтинг не менший ніж 25 балів.

Максимальна сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру складає:

$$RD = 3 \cdot r_{пр} + 2 \cdot r_{мкр} + 1 \cdot r_{ек} + 1 \cdot r_k + (r_z - r_{ш}) = 3 \cdot 5 + 2 \cdot 15 + 1 \cdot 10 + 1 \cdot 5 + (r_z - r_{ш}) = 60 + (r_z - r_{ш}),$$

де $r_{пр}$ – бал за практичну роботу (0...5);

$r_{мкр}$ – бал за написання МКР (0...15);

$r_{ек}$ – бал за написання розрахунково-графічної роботи (0...10);

r_k – бал за написання конспекту основних формул і означень з подальшим його захистом наприкінці семестру (0...5);

r_z – заохочувальні бали за активну участь на заняттях, презентації, участь в олімпіадах, конкурсі роботи, наукові роботи за тематикою дисципліни (0...10);

$r_{ш}$ – штрафні бали.

Екзамен:

Студенти, які виконали всі умови допуску до семестрової атестації (не мають заборгованостей з практичних робіт - мають достатню кількість виходів до дошки на практичних заняттях, виконані та надіслані МКР та РГР) та набрали протягом семестру необхідну кількість балів ($RD \geq 60$), отримують підсумкову оцінку так званим «автоматом» відповідно до набраного рейтингу (табл. 1, що наведена нижче). У такому разі до заліково-екзаменаційної відомості вносяться бали RD та відповідні оцінки.

Студенти, які набрали протягом семестру менше ніж 60 балів та не мають заборгованостей, зобов'язані писати екзаменаційну роботу.

Студенти, які протягом семестру набрали менше 30 балів не допускаються до екзамену і зобов'язані виконати контрольні заходи, необхідні для набрання необхідної кількості балів.

На екзамені студенти виконують письмову роботу. Кожне завдання містить два теоретичних питання і два практичних. Перелік питань наведений у методичних рекомендаціях до засвоєння кредитного модуля. Кожне теоретичне або практичне питання оцінюється у 10 балів.

В умовах військового стану та можливого енергетичного блекауту дозволяється тим студентам, які мають семестровий рейтинг не менше 45 балів, отримати екзаменаційну оцінку «автоматом» шляхом перерахунку набраних балів протягом семестру в стобальну шкалу.

Система оцінювання питань:

«відмінно», повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації) – 35-40 балів;

«добре», достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації, або незначні неточності) – 15-34 балів;

«задовільно», неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації та деякі помилки) – 7-14 балів;

«незадовільно», незадовільна відповідь – 0-6 балів.

Сума набраних балів RD або балів за залікову роботу переводиться до залікової оцінки згідно з таблицею:

Таблиця 1. Переведення рейтингових балів до оцінок за університетською шкалою

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- перелік теоретичних питань, які виносяться на екзамен наведено в Додатку 1;
- зразок розрахунково-графічної роботи з елементів математичної статистики наведено в Додатку 2.

Робочу програму навчальної дисципліни (Силабус):

Складено ст. викладачем кафедри СПіСКС Радченком Костянтином Олександровичем.

Ухвалено кафедрою СПіСКС (протокол № 10 від 20.05.2025 р.)

Погоджено Методичною комісією факультету прикладної математики (протокол № 11 від 23.05.2025 р.)

Додаток 1. Перелік теоретичних питань до екзамену

1. Аксиоми теорії ймовірностей та їх наслідки. Сума і добуток подій. Приклади.
2. Алгебра множин. Правило складання ймовірностей. Правило множення ймовірностей.
3. Схема випадків (шансів). Безпосередній підрахунок ймовірностей.
4. Безпосередній підрахунок ймовірностей. Частота або статистична ймовірність події.
5. Теорема (правило) складання ймовірностей, відповідні 3 аксіоми.
6. Початкові і центральні моменти розподілу випадкової величини.
7. Центральні моменти.
8. Роль і призначення числових характеристик ВВ. Математичне сподівання, мода, медіана. Дисперсія, середнє-квадратичне відхилення, асиметрія, ексцес.
9. Поняття ВВ та її закону розподілу. Безперервна ВВ та її щільність розподілу. Змішана ВВ.
10. Моменти розподілу випадкової величини.
11. Поняття ВВ та її закону розподілу. Ряд розподілу дискретної ВВ. Функція розподілу дискретної ВВ.
12. Приклади законів розподілу випадкових величин. Розподіл Пуассона.
13. Вирівнювання статистичних розподілів. Приклад.
14. Функція розподілу випадкової величини та її властивості.
15. Щільність і функція розподілу безперервної випадкової величини.
16. Алгебра множин. Правило складання ймовірностей. Правило множення ймовірностей.
17. Формули повної ймовірності Бейєса. Навести приклади.
18. Навести приклади застосування основних теорем (правил) теорії ймовірностей.
19. Приклади законів розподілу випадкових величин. Рівномірний.
20. Приклади законів розподілу випадкових величин.
21. Ймовірність подій, що рідко трапляються. Біноміальний розподіл.
22. Біноміальний і Пуассона закони розподілу безперервної величини.
23. Приклади законів розподілу випадкових величин. Нормальний (Гаусів).
24. Приклади законів розподілу випадкових величин. Експоненціальний.
25. Функція Лапласа.
26. Закон Пуассона. Закон Ерланга.
27. Показниковий та нормальний закони розподілу випадкової величини. Параметри законів.
28. Частинна теорема про повторення дослідів. Загальна теорема про повторення дослідів.
29. Розподіли Стюдента, Фішера-Снедекора.
30. Приклади законів розподілу випадкових величин. Закон великих чисел.
31. Нерівність Чебишева.
32. Теорема Бернуллі. Закон великих чисел. Посилений закон великих чисел.
33. Центральна гранична теорема (ЦГТ). Теорема Муавра-Лапласа. Векторний аналог ЦГТ.
34. Система двох випадкових величин. Залежні й незалежні ВВ. Умовні закони розподілу.
35. Двовимірні дискретні та безперервні випадкові величини. Обчислення
36. одномірної щільності ймовірності по двовимірній випадковій величині.
37. Двовимірні дискретні та безперервні випадкові величини. Умовні щільності
38. ймовірності. Математичне сподівання скалярної функції випадкової величини.
39. Умовні ймовірності події. Правило (теорема) множення ймовірностей
40. Числові характеристики системи випадкових величин (X, Y) . Регресія.
41. Числові характеристики систем двох випадкових величин. Коваріація і коефіцієнт кореляції.
42. Система двох безперервних випадкових величин. Сумісна щільність розподілу.
43. Система двох дискретних випадкових величин. Матриця розподілу.
44. Система двох випадкових величин. Матриця розподілу. Сумісна щільність розподілу.
45. Моменти розподілу для системи двох випадкових величин. Коефіцієнт кореляції. Кореляційне відношення.
46. Двовимірний нормальний розподіл.

47. Парна регресійна модель.
48. Багатомірні незалежні величини, їх властивості.
49. Властивості багатомірного нормального розподілу.
50. Найпростіший потік подій і його властивості.. Навести пояснення на часовій вісі.
51. Потік подій Пальма та його властивості.
52. Потік Пуассона. Потоки Ерланга.
53. Скласти граф станів для довільної структури завдання надійності (4-5 елементів).
54. Скласти граф станів для довільної одноканальної структури СМО і довільної часової діаграми.
55. Складання і рішення диференціальних рівнянь за графом станів (випадки $t \geq \infty$, $t = \infty$).
56. Приклад процесу з обмеженим числом станів.
57. Первинна статистична сукупність. Її упорядкування. Статистична функція розподілу. Гістограма частот.
58. Задача вирівнювання статистичних рядів. Статистичні графіки. Приклади
59. Марковські випадкові процеси з дискретними станами і дискретним часом (ланцюг Маркова).
60. Марковський процес з дискретними станами і безперервним часом. Теорема Колмогорова А.М.
61. Граф станів. Класифікація станів. Ймовірності станів.
62. Складання графа станів для випадкового процесу з безперервним часом.
63. Стаціонарний режим (час необмежений) марковського процесу. Рівняння для граничних ймовірностей.
64. Для довільної структури задачі надійності скласти граф станів і рівняння А.М. Колмогорова.
65. Безперервні марковські процеси. Граф станів для ОЦ із трьох комп'ютерів
66. Марковські процеси загибелі й розмноження.
67. Марковські процеси загибелі та розмноження з безперервним часом. Розмічений граф станів. Фінітні ймовірності станів
68. Закон розподілення та числові характеристики часу надходження процесу загибелі й розмноження в довільній підмножині станів.
69. Приклад процесу загибелі.
70. Процеси загибелі та розмноження. Приклад роботи обчислювального центру з N дисплеями, що працюють в стаціонарному режимі цілодобово.
71. СМО з очікуванням.
72. Одноканальна СМО, діаграми.
73. Навести приклад побудови гістограми частот і статистичної функції розподілу.
74. Навести загальний опис трьох завдань математичної статистики.
75. Загальний опис рішення третього завдання математичної статистики (параметризації розподілу).
76. Теоретична і статистична частота (ймовірність) подій. Правила складання і множення частот (ймовірностей)
77. Критерій узгодження та його розподіл. Критерій χ^2 -квадрат.
78. Властивості функції розподілу. Теорема А.М.Колмогорова. Функції випадкових величин.
79. Потоки подій, їх властивості й класифікація.
80. Поняття «точкової» і «інтервальної» оцінки параметрів розподілу. Довірча ймовірність.
81. Оцінки для математичного сподівання та дисперсії. Довірчий інтервал, довірна ймовірність.
82. Точкова та інтервальна оцінка параметрів закону розподілу.
83. Приклади для задач надійності та масового обслуговування.
84. Автокореляційна функція.
85. Лінійні та нелінійні оператори. Оператор динамічної систем

Додаток 2. Зміст розрахунково-графічної роботи до розділу «Елементи математичної статистики»

Дана вибірка обсягу $n=100$.

Потрібно побудувати (обчислити): 1) групувати статистичний ряд абсолютних частот; статистичний ряд відносних частот; 2) полігон відносних частот; полігон накопичених частот; побудувати відповідні гістограми; 3) обчислити вибіркове середнє, дисперсію та середньо квадратичне відхилення, асиметрію, ексцес; 4) за гістограмою висунути гіпотезу про закон розподілу генеральної сукупності (нормальний, рівномірний, Пуассона); 5) за допомогою критерія Пірсона перевірити висунуту гіпотезу. Зробити висновки. Захистити роботу.

Приклад завдання

ВАРІАНТ №__

3.75	1.88	3.31	5.05	2.07	1.13	6.35	3.78	4.47	4.4
3.89	5.16	2.97	4.34	5.4	3.08	-0.41	2.82	1.93	4.74
4.31	5.84	1.74	4.09	8.36	2.35	4.51	3.95	5.54	5.36
4.07	8.25	2.89	5.79	3.18	4.21	2.27	4.39	5.83	4.94
5.5	6.24	7.23	5.99	6.57	2.98	3.41	4.7	- 0.19	4.06
4.25	1.57	6.89	4.84	4.75	3.81	3.78	3.05	2.61	4.5
4.45	2.25	6.52	5.17	2.76	6.89	4.51	4.43	3.19	3.29
7.58	9.79	2.88	5.84	6.45	6.61	5.66	4.29	6.64	5.61
5.39	6.47	4.17	3.40	5.58	4.33	7.27	2.71	7.13	3.3
9.17	4.99	8.21	4.73	3.24	1.4	3.78	4.81	3.4	4.0